



Anais do
61º Congresso Brasileiro do Concreto
CBC2019
Outubro / 2019



@ 2019 - IBRACON - ISSN 2175-8182

Estimativa da Resistência à Flexão em Vigas de Concreto Reforçado com Fibras de Aço

Estimate of Flexure Strength of Steel Fiber Reinforced Concrete Beams

Jayana N.S. Espirito Santo (1); Luiz H.R. Santos (1); David T.S. Guedes (1); Luamim S. Tapajós (2); Jonas S. Leite (2).

(1) Graduando em Engenharia Civil, Universidade Federal do Oeste do Pará – Campus de Itaituba

(2) Professor do Curso de Engenharia Civil, Universidade Federal do Oeste do Pará – Campus de Itaituba
3ª Rua da Liberdade, s/nº, lote 526, Universidade Federal do Oeste do Pará, Itaituba-PA.

Resumo

Este trabalho tem o objetivo de contribuir com o conhecimento sobre a resistência à flexão de vigas de concreto reforçadas com fibras de aço (CRFA), especificamente no que diz respeito à estimativa de resistência e a eficiência das fibras. Para esse fim, discutem-se as recomendações utilizadas nos modelos de flexão prescritas pelo RILEM TC-162-TDF (2003), CEB-FIP (2010) e o modelo desenvolvido por NING *et al.* (2015) sobre a determinação teórica do momento resistente (M_R) de vigas em CRFA. Para as análises de desempenho, coletou-se um banco de dados com 114 ensaios em vigas à flexão nos sistemas de 3 e 4 pontos, disponíveis na literatura, adotou-se a razão $\lambda = M_{R,exp}/M_{R,theo}$ como indicador de desempenho, sendo $M_{R,exp}$ e $M_{R,theo}$ as cargas últimas das vigas registradas experimentalmente, pelos autores, e estimadas pelas propostas teóricas, respectivamente. Os resultados mostraram que todos os modelos apresentaram alta relatividade uma vez que os coeficientes de determinação ficaram acima de 0,96. Quanto à precisão, os resultados do modelo proposto pelo autor NING *et al.* (2015) foram satisfatórios, uma vez que os resultados da análise apontaram o coeficiente de variação de 13,64%, próximo ao do CEB-FIB (2010) de 13,48% e menor que o do RILEM 162 TDF (2003) de 21,26%. Entretanto, o modelo pelo autor foi o que apresentou maior dispersão variando de 0,6 a 1,9, este fato quando considerado conjuntamente com a precisão adequada do modelo leva à conclusão de que o autor ao simplificar excessivamente suas equações tornou o modelo incapaz de prever pequenas variações nas propriedades das vigas, enquanto que as variações para o RILEM e FIB foram de 0,55 a 1,5 e 0,6 a 1,6, portanto intervalos menores.

Palavras-Chaves: Concreto, Flexão, Viga, Fibras de aço.

Abstract

This paper aims to contribute with the knowledge about the flexural strength of steel fiber reinforced concrete (SFRC) beams. Specifically with respect to the estimation of strength and fiber efficiency. For this purpose, it was discussed the recommendations used in the prescribed flexion models by RILEM TC-162-TDF (2003), CEB-FIP (2010) and the model developed by NING *et al.* (2015) about theoretical determination of resistant moment (M_R) of SFRC beams. For the performance analyzes, a database was collected with 114 tests in flexural beams in the systems of 3 and 4 points, available in the literature, it was used the ratio $\lambda = M_{R,exp}/M_{R,theo}$ as performance indicator, thus $M_{R,exp}$ and $M_{R,theo}$ the ultimate strength registered experimentally of the beams, by the authors, and estimated by the theoretical recommendations, in order. The results showed that all the models present a great relativity, once the coefficients of determination was higher than 0,96. About the precision, the results obtained by the model proposed by NING *et al.* (2015) was satisfactory, because the coefficient of variation was 13,64%, almost the same of the CEB-FIB (2010) that was 13,48% and smaller than RILEM TDF (2003) of 21,26%. However, the model by the author was the one with the greatest dispersion ranging from 0.6 to 1.9, this fact when considered together with the adequate precision of the model leads to the conclusion that the author by oversimplifying his equations made the model incapable of to predict small variations in the properties of the beams, while the variations for RILEM and FIB were 0.55 to 1.5 and 0.6 to 1.6,.

Keywords: Concrete, Flexure, Beam, Steel Fiber.



1 Introdução

Dado a vantagem do concreto em relação aos demais materiais de construção civil, entre inúmeros aspectos já conhecidos, como por exemplo, à sua capacidade de ser moldado e ao processo de fabricação relativamente simples. Apesar da condição de destaque, o concreto apresenta o infortúnio de não resistir aos esforços de tração, havendo, desta maneira, a necessidade de complementá-lo com um reforço nestas regiões tracionadas. Atualmente, as armaduras (barras de aço) são os mecanismos de reforço mais empregados, caracterizando assim o concreto armado. Nesse cenário de reforço para o concreto, salienta-se também a utilização de fibras (concreto com fibras), uma prática antiga, mas com desenvolvimento tecnológico recente.

No que diz respeito aos concretos com fibras de aço (CRFA), destaca-se em vários aspectos aos demais em desempenho como reforço, vasta aplicabilidade e outros. Além disso, segundo Barros (1995), o (CRFA) aprimora várias propriedades do concreto simples e armado, como a maior ductilidade e tenacidade, maior controle da fissuração e a maior resistência às ações dinâmicas e aos impactos. A eficácia das fibras em melhorar as propriedades mecânicas do concreto pode ser atribuída principalmente aos mecanismos responsáveis pela transferência de tensões entre a fibra e o concreto fissurado, viabilizando, dessa maneira, o seu efeito de “costura”.

Os benefícios do (CRFA) destacam-se pelo melhor comportamento das propriedades de tração, especificamente no comportamento pós-pico (NING et al. 2015). Apesar de sua eficácia comprovada, a adição de fibras no concreto ainda deixa muitas lacunas em aberto. Dessa forma, há necessidade de estimar diversas variáveis que dizem respeito ao comportamento do compósito, principalmente no estado endurecido. Modelos de análises teóricos tem sido desenvolvido com o intuito de prever tal comportamento, dentre eles podemos destacar o modelo de flexão prescrito pelo RILEM TC 162 - TDF (2003), CEB - FIP (2010) e paralelo a esses o desenvolvido por NING et al. (2015), tem por objetivo a determinação teórica do momento resistente (M_R) de viga em (CRFA).

Com o objetivo de contribuir com ao estudo de vigas (CRFA), especificamente aos métodos de flexão, propõe a comparação entre os códigos normativos e o proposto por NING et al através de uma análise teórica de um banco de dados (BD) composto por resultados experimentais de trabalhos científicos disponíveis na literatura. Os valores teóricos calculados de (M_R) foram comparados com os valores experimentais, com o intuito de validar o método apresentado por NING et al. (2015). Por fim, uma análise estatística é realizada para discutir a performance dos resultados da resistência das vigas em (CRFA) de cada método analisado.

1.1 Concreto Reforçado com Fibras de Aço (CRFA)

1.1.1 Histórico

Embora esse compósito cimentício apresente diversas vantagens, como a alta resistência mecânica, a rapidez na execução, a fácil maleabilidade e o custo relativamente baixo,



também apresenta determinadas limitações, como a baixa capacidade de deformação e a rápida propagação de fissuras quando submetido a esforços de tração (BARRAGÁN, 2002; FIGUEIREDO, 2011). Como solução de minimizar tais limitações, o emprego de fibras para reforço de misturas cimentícias apresentou grande progresso nas últimas décadas. Diferentemente da armadura convencional que é localizada e necessita prévia montagem, as fibras são misturadas diretamente ao concreto, reduzindo o tempo da mão-de-obra e custo de certas aplicações em relação ao processo tradicional (FIGUEIREDO, 2011).

No que diz respeito às fibras de aço, de acordo com NAAMAN (2003) e AMMAR ABID (2011), as fibras de aço utilizadas no concreto podem ser classificadas de diferentes maneiras, como segue. Quanto à origem, têm-se as fibras orgânicas (celulose, sisal, bambu, etc), inorgânicas naturais (asbestos) e fabricadas (aço, vidro, etc). Quanto às propriedades físicas e químicas, as fibras podem ser agrupadas, por exemplo, a partir da densidade, da capacidade reativa com o concreto, entre outras propriedades. Quanto às propriedades mecânicas, salienta-se a classificação quanto à resistência à tração, ao módulo de elasticidade, à ductilidade, à aderência, à deformação na ruptura e outras. Quanto à dimensão, as fibras podem ser identificadas a partir da seção transversal/diâmetro e do comprimento.

1.1.2 Propriedades do CRFA

Além das considerações anteriores, um aspecto importante que diferencia o (CRFA) do concreto simples é a redistribuição das tensões no plano de uma fissura, MORAES NETO (2013), ver Figura 1. No concreto simples, ver figura 1a, a fissura apresenta-se como uma barreira à propagação das tensões, ocasionando uma concentração de tensões na extremidade da fissura, a qual contribui sobremaneira para a sua abertura descontrolada e ao modo de ruína brusco e frágil após a formação das primeiras fissuras. Diferentemente do concreto simples, no (CRFA), ver figura 1b, as fibras atuam como pontes de transferência de tensões no plano da fissura, impedindo a sua propagação, proporcionando ductilidade ao material e incorporando resistência residual após a fissuração (alteração no modo de ruína).

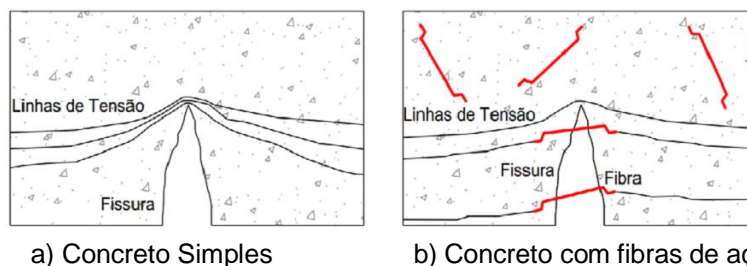
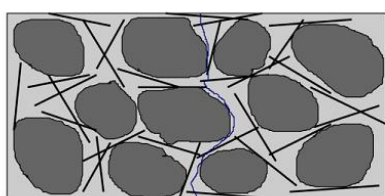


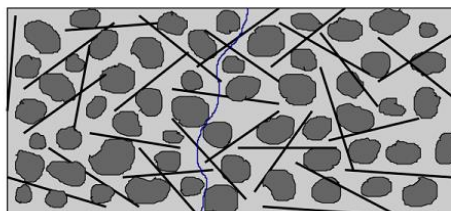
Figura 1 - Redistribuição das tensões no plano de uma fissura (MORAES NETO, 2013).

Adicionalmente, MORAES NETO (2013) pontua que a eficácia das fibras em melhorar as propriedades mecânicas da matriz de concreto pode ser atribuída principalmente aos mecanismos responsáveis pela transferência das tensões entre a fibra e o concreto pelo

efeito de “costura” gerado pelas fibras. Para que as fibras desempenhem um papel de reforço efetivo, há a necessidade de garantir a compatibilidade dimensional entre os agregados e as fibras, conforme comenta FIGUEIREDO (2000). Para este propósito, o autor sugere que o comprimento das fibras seja no mínimo o dobro da dimensão máxima característica do agregado graúdo. Dessa forma, a disposição das fibras na massa de concreto (entre os agregados), ver Figura 2, é favorecida, garantindo um melhor desempenho do efeito de “costura”.



a) CRFA não compatibilizado



b) CRFA compatibilizado

Figura 2 - Compatibilização entre a fibra e o agregado (FIGUEIREDO, 2000).

No que diz respeito ao efeito de “costura”, FIGUEIREDO (2005) adverte que a aderência das fibras na massa de concreto, aderência interfacial fibra-concreto, a qual é influenciada principalmente pelo comprimento das fibras, pelo fator de forma e pela resistência à compressão do concreto, deve ser tratada cautelosamente.

1.1.3 Resistência à compressão

Segundo CEB-FIP (2010) o (CRFA) não adquire resistência adicional à compressão se comparado ao concreto convencional, mas apresenta ganhos significativos quanto à tenacidade e à absorção de energia. Diferente do CEB-FIP, o ACI 544.1R-96 afirma que a resistência do concreto à compressão (f_c) pode sofrer um pequeno acréscimo, na ordem de até 15% para volumes de fibras superiores a 1,5% ($\approx 113 \text{ kg/m}^3$).

Contradizendo, FIGUEIREDO (2000) pontua que a adição de fibras não objetiva aumentar a resistência à compressão e que em algumas situações é possível constatar a redução da resistência devido à má homogeneização do material.

1.1.4 Resistência à tração

Segundo o ACI 544.1R-96 (1996) comenta que as fibras proporcionam acréscimos significativos na resistência à tração direta, sendo informados acréscimos de 30% a 40% para concretos com volumes de fibras superiores a 1,5%. Contrariando a afirmação anterior, o ACI 544.4R-88 (1988) relata que a resistência à tração direta do (CRFA) é equivalente à do concreto simples. Nesse contexto, o CEB-FIP (2010) considera dois padrões de comportamentos para o (CRFA) solicitado à tração uniaxial, comportamento: *softening* e *hardening*. O primeiro, também referido como amolecimento, é caracterizado pela perda de capacidade resistiva do material após o aparecimento da primeira fissura, Figura 3a. O segundo, demonstra um ganho de resistência após sua fissuração e, devido a seu ganho adicional de resistência, ocorre o aparecimento de múltiplas fissuras no material, Figura 3b.

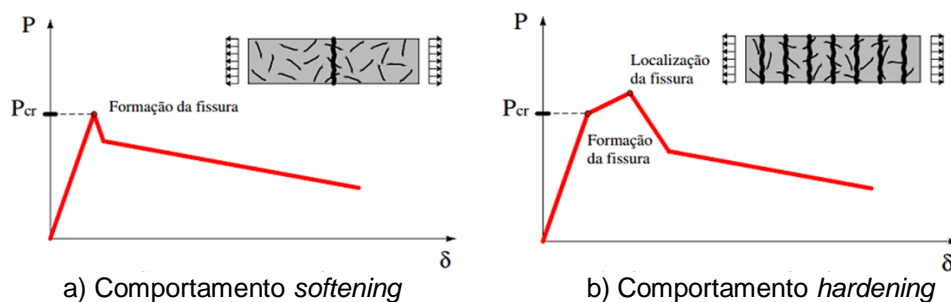
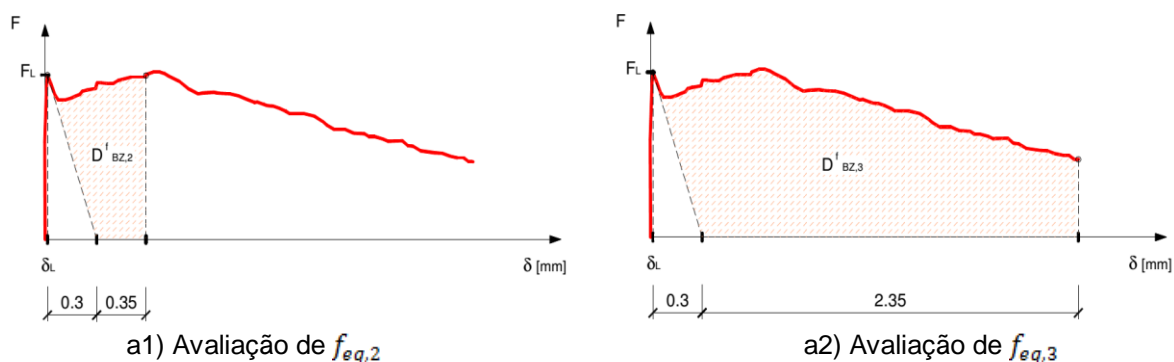


Figura 3 - Comportamento do CRFA à tração direta (CEB-FIP, 2010).

2 Recomendações utilizadas para o cálculo de vigas em CRFA

2.1 RILEM TC-162 (2003)

O método de cálculo apresentado no referido documento informa que seja avaliado em função das áreas sob a curva *carga x deslocamento*, ver Figura 4(a, b), as quais são obtidas pelo ensaio de flexão de três pontos em vigas entalhadas, ver a Figura 4(c). O procedimento do RILEM estabelece o limite de proporcionalidade do material, $f_{fct,L}$, ver a Equação 2.1, as resistências equivalentes à tração na flexão, $f_{eq,j}$ ($j=2$ e 3), ver a Equação 2.2, e as resistências residuais à tração na flexão, $f_{R,i}$ ($i=1, 2, 3$ e 4), ver a Equação 2.3. Se o objetivo do teste for o cálculo das resistências equivalentes à tração na flexão, é necessário realizar a medida apenas do deslocamento, porém, se a intenção for determinar os valores das resistências residuais à tração na flexão, é possível optar pela medida do deslocamento ou do CMOD.



a) Curva carga-deslocamento típica

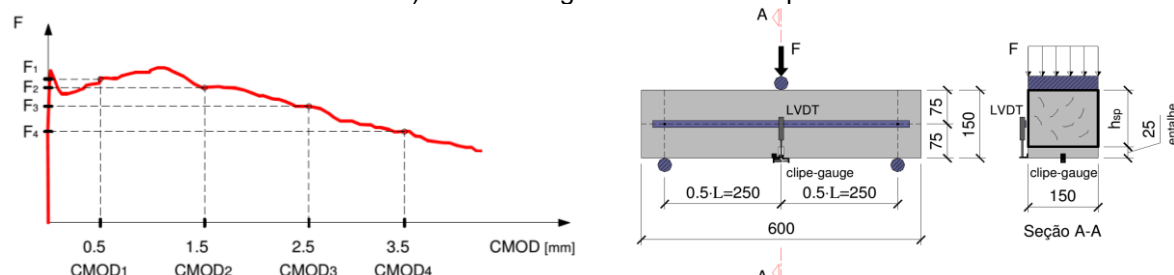


Figura 4 - Ensaio de flexão sugerido pelo RILEM TC 162 – TDF (2002)

$$f_{fct,L} = \frac{3 \cdot F_L \cdot L}{2 \cdot b \cdot h_{sp}^2} \quad (\text{Equação 2.1})$$

$$f_{eq,2} = \frac{3 D_{BZ,2}^f}{2 \cdot 0,5} \cdot \frac{L}{b \cdot h_{sp}^2} ; f_{eq,3} = \frac{3 D_{BZ,3}^f}{2 \cdot 2,50} \cdot \frac{L}{b \cdot h_{sp}^2} \quad (\text{Equação 2.2})$$

$$f_{R,i} = \frac{3 \cdot F_{R,i} \cdot L}{2 \cdot b \cdot h_{sp}^2} \quad (\text{Equação 2.3})$$

Sendo F_{Ri} a carga aplicada. Além disso, os cálculos sugeridos pelo RILEM 162-TDF (2003) são limitados aos casos de $f_{ck} \leq 50$ MPa e são baseados no método $\sigma_c - \epsilon_c$. O referido documento comenta que as fibras podem ser usadas em casos onde $f_{ck} > 50$ MPa, porém, cuidados adicionais devem ser tomados para evitar que as fibras rompam de maneira frágil antes de iniciar o processo de arrancamento das mesmas da matriz de concreto. No que diz respeito ao cálculo do momento resistente, o RILEM sugere o diagrama mostrado na Figura 5.

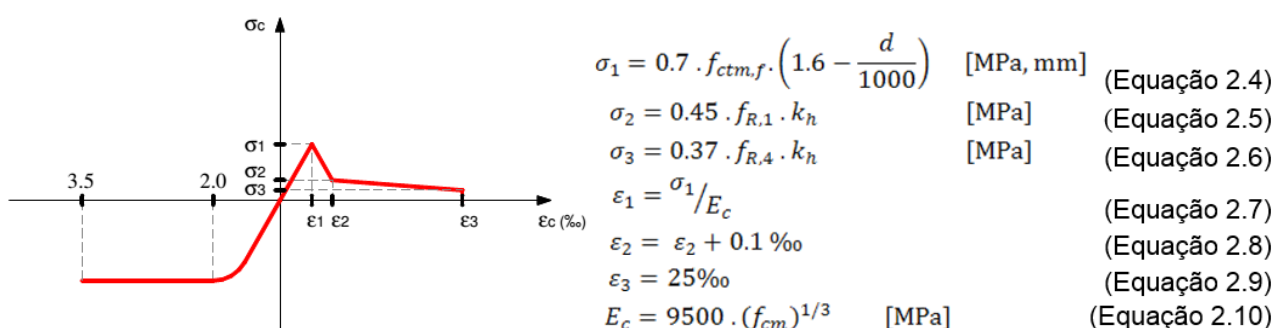


Figura 5 - Relação *tensão x deformação* - RILEM TC 162-TDF (2003)

Sendo $f_{cm,f}$ o valor da resistência média à tração por flexão, f_{R1} e f_{R4} os valores de resistência residuais à tração por flexão obtidas nas curvas *carga x deslocamento* ou *carga x CMOD*. Nos casos em que o concreto é reforçado por fibra e por barras de aço, o referido documento sugere que a deformação no nível das armaduras seja limitada em 25‰ (ϵ_3). O fator de escala k_h é definido por:

$$k_h = \begin{cases} 1 & \text{se } 0 \leq h \leq 125 \\ \frac{0.6 \cdot (600 - h)}{475} + 0.4 & \text{se } 125 < h \leq 600 \\ 0.4 & \text{se } h > 600 \end{cases} \quad [\text{mm}] \quad (\text{Equação 2.11})$$

Para cálculo do momento resistente (M_R), segue as recomendações do RILEM TC 162-TDF (2003), entretanto, são utilizadas as leis constitutivas para representar simplificada o comportamento do concreto à compressão e à tração, assim como a das armaduras de flexão. O cálculo do momento foi estabelecido para uma peça de concreto com seção transversal retangular, reforçada com fibra de aço e com armadura de flexão nas faces tracionada e comprimida, conforme mostra a Figura 6. O processo iterativo inicia-se fixando um valor para ϵ_{cu} e admitindo-se um valor para $k \cdot d$. Na sequência são calculadas as demais deformações.

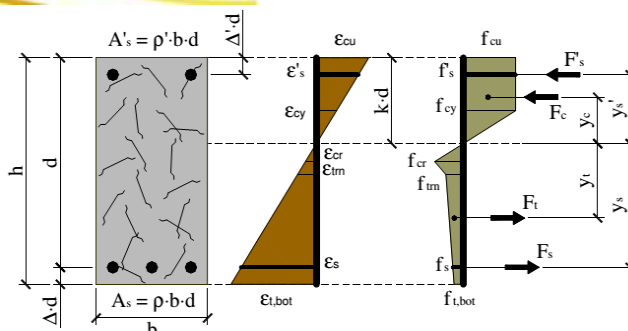


Figura 6 - Distribuição das deformações e tensões na seção transversal - RILEM TC 162-TDF (2003)

sendo b e d a largura e a altura útil da peça, $\Delta \cdot d$ e $\Delta' \cdot d$ as distâncias, respectivamente, dos eixo das armaduras de flexão de tração e compressão as fibras mais tracionadas e comprimidas do concreto, ϵ_i as deformações que se desenvolvem na peça, f_i as tensões na seção transversal, F_i as resultantes das forças internas e y_i o braço de alavanca referente a cada força.

O cálculo do valor de ϵ_{cu} seguiu a recomendação do CEB-FIP (2010), conforme segue:

$$\epsilon_{cu} = \begin{cases} 3.5 & \text{se } f_c \leq 58 \text{ MPa} \\ 2.6 + 35 \cdot \left[\frac{90 - (f_c - 8)}{100} \right]^4 & \text{ou} \\ & \text{se } f_c > 58 \text{ MPa} \end{cases} \quad [\%] \quad (\text{Equação 2.12})$$

Conforme discutido anteriormente, as recomendações do RILEM TC 162-TDF (2003) especificam que os valores de f_{R1} e f_{R4} sejam obtidos das curvas experimentais *carga x deslocamento* ou *carga x CMOD*, sendo assim, verifica-se que o cálculo de $f_{trm} = \sigma_2$ e $f_{t.bot} = \sigma_3$ torna-se dependente de ensaios experimentais, ver equações Equação 2.13 e 2.14.

$$f_{trm} = \sigma_2 = 0.45 \cdot f_{R,1} \cdot k_h \quad (\text{Equação 2.13})$$

$$f_{t.bot} = \sigma_3 = 0.37 \cdot f_{R,4} \cdot k_h \quad (\text{Equação 2.14})$$

2.2 CEB-FIP (2010)

De modo similar ao método do RILEM o CEB-FIP (2010) calcula a resistência ao momento da viga partindo da análise da seção transversal, que propõem uma versão mais simplificada do diagrama *tensão x deformação*, (ver Figura 7). Nesse modelo são previstos três modos de ruína para a viga: (a) ou pelo esmagamento do concreto comprimido, ϵ_{cu} , (b) ou pela ruptura do concreto na face tracionado, ϵ_{fu} , e (c) ou pela ruptura da armadura tracionada, ϵ_{su} .

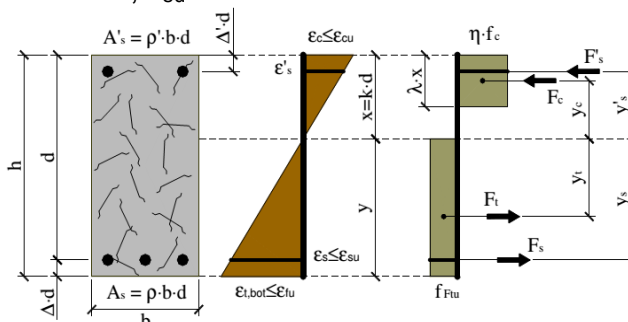


Figura 7 - Tensões e deformações de uma viga retangular, segundo CEB-FIP (2010)



No que diz respeito à distribuição das tensões, o bloco de compressão é definido em função dos parâmetros λ e η , os quais são definidos pelo CEB-FIP (2010) como segue:

$$\eta = \begin{cases} 1 & \text{se } f_{ck} \leq 50 \text{ MPa} \\ 1 - \frac{(f_{ck} - 50)}{200} & \text{se } 50 < f_{ck} \leq 90 \text{ MPa} \end{cases} \quad \text{(Equação 2.15)}$$

$$\lambda = \begin{cases} 0,8 & \text{se } f_{ck} \leq 50 \text{ MPa} \\ 0,8 - \frac{(f_{ck} - 50)}{400} & \text{se } 50 < f_{ck} \leq 90 \text{ MPa} \end{cases} \quad \text{(Equação 2.16)}$$

Para o bloco de tração, é necessário conhecer apenas o valor de f_{Ftu} , uma vez que o valor de y é definido após a compatibilização das deformações e os equilíbrios das resultantes de força, ver Figura 7. Segundo o CEB-FIP, o (CRFA) fissurado pode ser representado a partir de duas leis constitutivas, ambas escritas em função da relação tensão – abertura da fissura, σ -w. Nas equações anteriores, $f_{R,i}$ são as resistências residuais à tração na flexão, as quais são obtidas semelhante a abordagem do RILEM TC 162-TDF (2002). após estabelecer a compatibilização das deformações e o equilíbrio das resultantes de força, $\sum F=0$ (F_c , F_t , F_s e F'_s), o cálculo de M_R é dado a partir da Equação 2.17. Sendo F_i : resultante das forças (F_c , F_t , F_s e F'_s) e y_i distância entre as resultantes e a linha neutra da seção, ver Figura 7.

$$M_R = \sum F_i \cdot y_i \quad \text{(Equação 2.17)}$$

2.3 MODELO PROPOSTO POR NING *et al* (2015)

O modelo proposto por NING *et al.* (2015) utiliza um modelo de flexão semelhante aos propostos pelo RILEM TC 162-TDF (2003) e pelo CEB-FIP (2010), calculando o momento através do somatório dos momentos resultantes da contribuição do concreto na zona comprimida, armadura longitudinal na zona tracionada e resistência à tração proporcionada pela região tracionada do concreto reforçado com fibras de aço (CRFA). Além disso, foi incluída no cálculo desenvolvido neste trabalho a contribuição da armadura longitudinal superior, presente em vigas com armadura dupla. Os autores, no entanto, propuseram uma metodologia diferente para a obtenção da força resistente resultante da região tracionada do (CRFA). De acordo com NING *et al.* (2015), a tensão resultante nesta região pode ser obtida através da tensão interfacial existente entre a fibra e a matriz do concreto. Dessa forma, as fibras trabalham costurando as fissuras e o rompimento será dado pelo arrancamento das mesmas.

Para a determinação da tensão última das fibras (σ_{fu}), os autores propuseram a Equação (2.18) para determinação da força resistente ao arrancamento em apenas uma fibra (P_{\perp}), a Equação (2.19) determina o número de fibras por unidade de área (N_A). A tensão σ_{fu} pode ser então obtida através da multiplicação da força unitária pelo total de fibras existente em uma unidade de área, a Equação (2.20), pode ser escrita em forma da Equação (2.21).

$$P_{\perp} = \frac{1}{6} \cdot \pi \cdot d_f \cdot l_f \cdot \tau_f \cdot (1 + f) \quad \text{(Equação 2.18)}$$

$$N_A = \frac{2}{\pi} \cdot \frac{V_f}{d^2} \quad \text{(Equação 2.19)}$$

$$\sigma_{fu} = P_{\perp} \cdot N_A \quad \text{(Equação 2.20)}$$

$$\sigma_{fu} = \frac{1}{3} \cdot \alpha \cdot \tau_f \cdot V_f \cdot (1 + f) \quad \text{(Equação 2.21)}$$

Sendo d_f o diâmetro da fibra, l_f o comprimento da fibra, τ_f a tensão interfacial média de arrancamento entre fibra e matriz de concreto, V_f é a fração de volume em percentual, α é o fator de forma (l_f / d_f) e f é a fração do coeficiente de ficção entre concreto e fibra ao longo da fissura. (NING *et al.*, 2015). A τ_f pode ser obtido através da expressão $\tau_f = 0,66 \cdot \sqrt{f'_c}$ (HENAGER; DOHERTY, 1976). Segundo STROEVEN; HU, (2006), f é tomado como sendo $1/3$. NING *et al.* (2015) propõe que a tensão resultante do concreto seja calculada subdividindo as vigas em m faixas, sendo que a altura desta faixa será $\Delta h = h/m$ e, obtendo as deformações e as tensões de cada faixa k de acordo com as Equações (2.22) e (2.23):

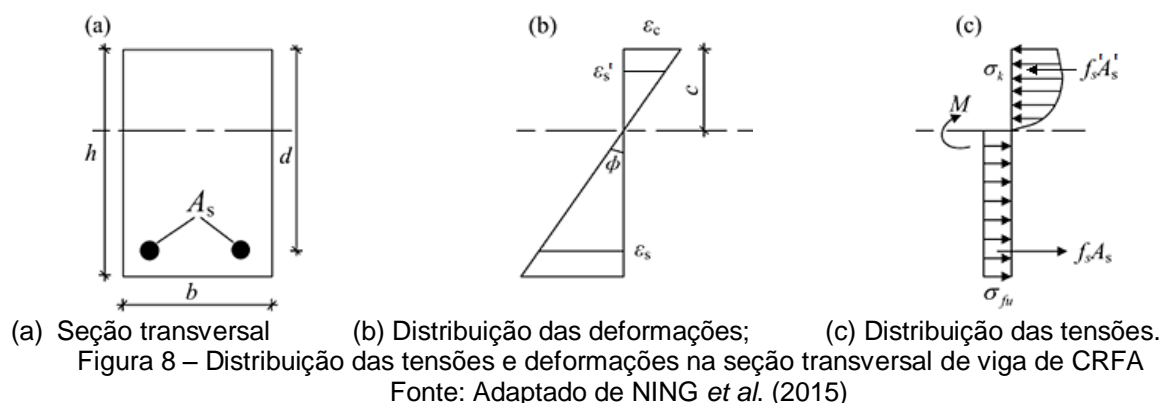
$$\varepsilon_k = \phi_i \left(c - k \cdot \Delta h + \frac{\Delta h}{2} \right) \quad (\text{Equação 2.22})$$

$$\sigma_c = \begin{cases} f'_c \left[1 - \left(1 - \frac{\varepsilon_c}{\varepsilon_0} \right)^2 \right] & 0 < \varepsilon_c \leq \varepsilon_0 \\ f'_c \left(1 - 0,15 \cdot \frac{\varepsilon_c - \varepsilon_0}{\varepsilon_{cu} - \varepsilon_0} \right) & \varepsilon_0 < \varepsilon_c \leq \varepsilon_{cu} \end{cases} \quad (\text{Equação 2.23})$$

NING *et al.* (2015) mostra que a tensão no aço pode ser calculada de acordo com a Equação (2.24). É importante observar que a formulação proposta pode ser utilizada tanto para aços com patamar de escoamento, como para aços sem patamar de escoamento, pois a segunda parcela da equação utilizada para $\varepsilon_0 < \varepsilon_c \leq \varepsilon_{cu}$ é basicamente uma interpolação entre f_y e f_{tu} , desde modo ao se atribuir o valor de $f_{tu} = f_y$ tem se um patamar de escoamento de tensão constante pois a parcela $f_{tu} - f_y$ se torna nula.

$$\sigma_s = \begin{cases} E_s \cdot \varepsilon_s & 0 < \varepsilon_c \leq \varepsilon_0 \\ f_y + \frac{f_{tu} - f_y}{\varepsilon_{tu} - \varepsilon_y} \cdot \varepsilon_s & \varepsilon_0 < \varepsilon_c \leq \varepsilon_{cu} \end{cases} \quad (\text{Equação 2.24})$$

O modelo proposto por NING *et al.* (2015) não considera em seus cálculos a contribuição da armadura longitudinal superior utilizada em vigas com armadura dupla. Contudo, como várias vigas do banco de dados utilizado neste relatório possuem armadura dupla, acrescentamos esta parcela adotando novamente a Equação (2.24) para a determinação da tensão na armadura. A Figura 8 mostra o esquema adotado pelo autor para a distribuição das tensões e deformações, adaptada apenas para levar em consideração a contribuição da armadura longitudinal superior, como exposto anteriormente.



A metodologia utilizada por NING *et al.* (2015) orienta a escolhermos o ângulo entre a seção plana original e a deformada (ϕ_i), posteriormente estima-se a deformação no



concreto (ε_c). Com base nestas informações, calcula-se todas as deformações, tensões e forças resultantes. Através de um processo iterativo, o ângulo original ou a deformação são modificados para que seja garantido o equilíbrio de forças horizontais. Garantido o equilíbrio, calcula-se o momento resistente.

3 Base de dados sobre vigas em CRFA

3.1 Banco de Dados

Com o objetivo de avaliar as formulações para cálculo do momento resistente dos códigos normativos do RILEM 162-TDF (2003), CEB-FIP (2010) e o modelo analítico proposto por NING *et al.*, (2015), foi desenvolvido um banco de dados com resultados experimentais de 19 trabalhos científicos, totalizando 114 vigas ensaiadas sob flexão em três e quatro pontos, todos reforçados somente com fibras de aço do tipo *hooked* e com armaduras longitudinais passivas tracionadas e comprimidas. A Tabela 1 apresenta o banco de dados de forma resumida, onde os parâmetros em destaque foram a espessura da viga (b), altura da viga (h), altura útil (d), resistência à compressão (f_c), Módulo de elasticidade do concreto (E_c), tensão de escoamento do aço da armadura longitudinal (f_{ys}), área de aço da armadura longitudinal negativa (A_s) e da positiva (A_s'), volume de fibra de aço (V_f), fator de forma das fibras (l_f/df) e momento resistente experimental (M_R).

Tabela 1 – Banco de dados resumido

Autor	Nº Peças	b (mm)	h (mm)	d (mm)	f_c (MPa)	A_s (mm²)	V_f (%)	l_f/df	M_R (kN.m)
[1]	7	300	300	267 - 278	22,5 - 122	339,3 - 402,1	0,40 - 0,80	80	60,3 - 63,3
[2]	2	100	150	125	90,9 - 91,8	157,0	0,80 - 1,50	75	9,6 - 10,9
[3]	18	200	250	215	55,8 - 111,4	511,9 - 1023	0,50 - 1,00	75	60,1 - 120,6
[4]	2	130	245	223	54,0 - 66,0	508,9	0,40	63	50,0
[5]	22	100 - 250	100 - 300	80 - 280	35,0 - 90,0	25,0 - 628	0,05 - 2,00	30 - 75	2,9 - 100,4
[6]	4	120	180	140	43,0 - 47,8	253 - 397	1,00 - 2,00	57	15,2 - 23,3
[7]	7	120	150	127	64,6 - 68,1	404,5	1,00	38 - 46	18,0 - 21,9
[8]	1	150	280	253	50,0	307,8	0,25	19	37,8
[9]	6	150	300	278	48 - 55	235,6	0,50 - 1,00	53	44,5 - 54,0
[10]	6	125	250	210	30,8 - 68,6	265 - 402	0,51 - 1,81	67	37,1 - 48,9
[11]	5	150	250	210	137,7 - 146,4	226,2	0,50 - 1,00	50	24,3 - 29,1
[12]	6	100	150	120 - 135	30,8 - 39,8	402,1	0,50 - 1,00	30 - 60	21,0 - 21,9
[13]	4	150	225	205	62,8 - 63,3	84,8 - 150,8	0,25 - 0,75	80	11,0 - 19,3
[14]	1	125	250	228	64,2	402,1	2,00	64	55,7
[15]	2	150	250	220	27,0 - 29,3	157,0	1,00 - 2,00	60	11,8 - 13,6
[16]	6	150	300	240	42 - 53	93,5 - 201	0,38 - 1,15	75	20,7 - 46,3
[17]	6	125	150	135	49,9 - 56,1	157,0	0,50 - 1,50	25 - 35	9,5 - 11,0
[18]	6	130	203	176	29,0 - 31,8	226 - 402	0,50 - 1,00	100	23,2 - 35,0
[19]	3	150	250	225	67,0	339,3	1,50	80	46,3 - 53,8

[1] (ALTUN; HAKTANIR; ARI, 2007); [2] (ASHOUR; MAHMOOD; WAFA, 1997); [3] (ASHOUR; WAFA; KAMAL, 2000); [4] (BÁRBOS, 2013); [5] (BESHARA; SHAABAN; MUSTAFA, 2012); [6] (OH, 1992); [7] (CHUNXIANG; PATNAIKUNI, 1999); [8] (FRITIH *et al.*, 2013); [9] (GRIBNIAK *et al.*, 2012); [10] (KANG *et al.*, 2012); [11] (KHALIL; TAYFUR, 2013); [12] (KOVÁCS; BALÁZS, 2003); [13] (LIMA, 2012); [14] LOPES (2005); [15] (REDDY; REDDY, 2015); [16] (RODRIGUES JÚNIOR, 2009); [17] (KUMAR, S., PRASAD, M, 2008); [18] (SWAMY; AL-TA'AN, 1981); [19] (VENKATESAN; RAGHUNATH; SUGUNA, 2000).



A performance da estimativa de carga crítica de ruína das vigas em CRFA foi avaliada em função do parâmetro λ , sendo $\lambda = M_{R,exp} / M_{R,calc}$, a razão entre o momento resistente experimental ($M_{R,exp}$) último registrado no (BD) com o Momento resistente calculado ($M_{R,calc}$). Salienta-se que o parâmetro λ foi analisado quanto aos aspectos de segurança, precisão e economia através de um critério adaptado de (COLLINS, 2001) utilizado por (MORAES NETO, 2013), o *Demerit Points Classification* (DPC). Esse método tem como base a ideia de que uma relação λ menor que 0,5 é muito pior em termos de segurança que uma acima de 2,0, ao mesmo tempo, valores extremamente conservadores, por serem antieconômicos, são penalizados com valor igual a 2,0, correspondente a uma relação classificada como de baixa segurança, conforme mostra a Tabela 2. Quanto maior o valor da soma total das penalidades, pior é considerado o método em análise.

Tabela 2 – Critério de classificação do DCP (Demerit Points Classification)

λ	Classificação	Penalidade
< 0,5	Ext. Perigoso	10
[0,5;0,85[Perigoso	5
[0,85;1,15[Seg. Aprop.	0
[1,15;2,00[Conservador	1
$\geq 2,0$	Ext. Conser.	2

Fonte: Collins, 2001 *apud* Moraes Neto (2013)

3.2 Análise de desempenho das vigas em CRFA

Conforme comentado anteriormente, a análise crítica de ruína das vigas em (CRFA) foi avaliada em função da razão $\lambda = M_{R,exp} / M_{R,teo}$ como indicador de desempenho, que correlaciona os resultados de M_R experimental, e pelos modelos de cálculo do RILEM 162-TDF (2003), CEB-FIP (2010) e do autor NING *et al.* (2015). Iniciando a análise pela Figura 9, os gráficos relacionam o $M_{R,exp}$ com o $M_{R,teo}$, neste gráfico, a linha contínua representa o valor ideal ($\lambda=1$) e a linha pontilhada representa a tendência da amostra. Explorando os resultados da análise observa-se que os três métodos de cálculos apresentaram de uma forma geral a favor da segurança, representando a tendência de ($\lambda>1$). Caso os resultados ficassem abaixo da linha de referência comportavam-se contra a segurança. A dispersão dos resultados foi analisada através do coeficiente de determinação (R^2), que varia de 0 a 1, sendo 1 o valor ideal.

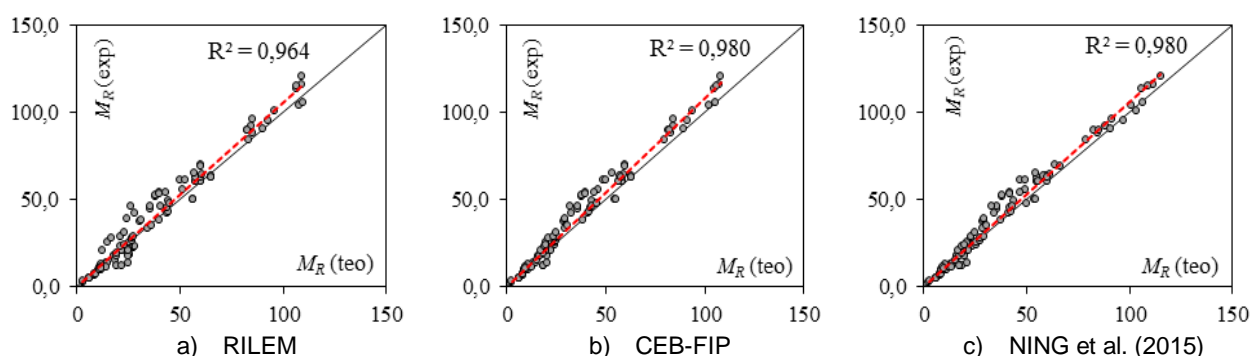


Figura 9 – Relação entre o momento resistente experimental $M_{R,exp}$ com o teórico $M_{R,teo}$



Continuando as análises, avaliando de forma gráfica a relação entre o M_R dos códigos de normas entre si e das normas com o modelo analítico proposto por NING *et al.* (2015), apresenta a Figura 10. Explorando esta Figura observa-se que os resultados confrontados dos autores com os códigos de normas foram bastante positivos com $R \approx 1,0$, validando a sua proposta.

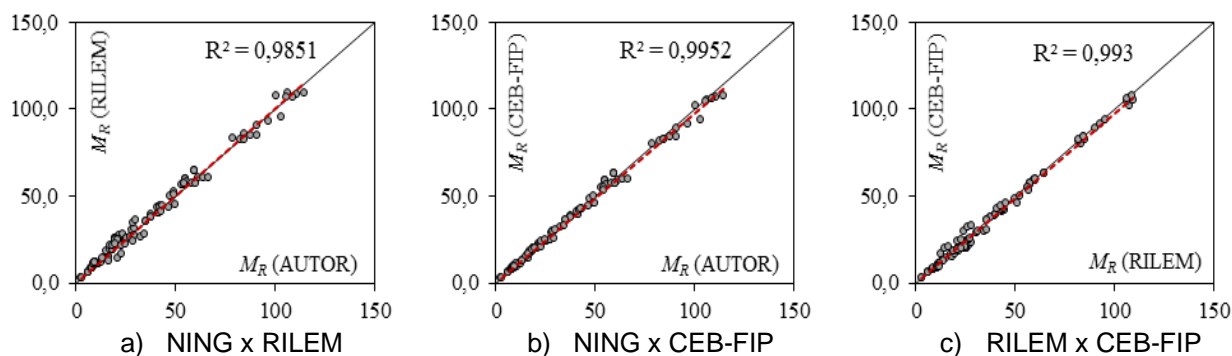


Figura 10 - Relação do Momento resistente entre os modelos de cálculo

A seguir são apresentados os resultados da análise pelo DPC (ver Tabela 3). A pontuação do DPC foi comparada entre os três modelos de cálculo em análise. Recordase, quanto maior a pontuação de penalidade, menos favorável será o modelo de cálculo observando os parâmetros de segurança, precisão e economia, em relação aos outros modelos de cálculo analisados. Afim de facilitar a análise da penalidade do DPC foi feita uma média ponderada dos valores, dividindo o somatório das penalidades pela quantidade total de espécimes.

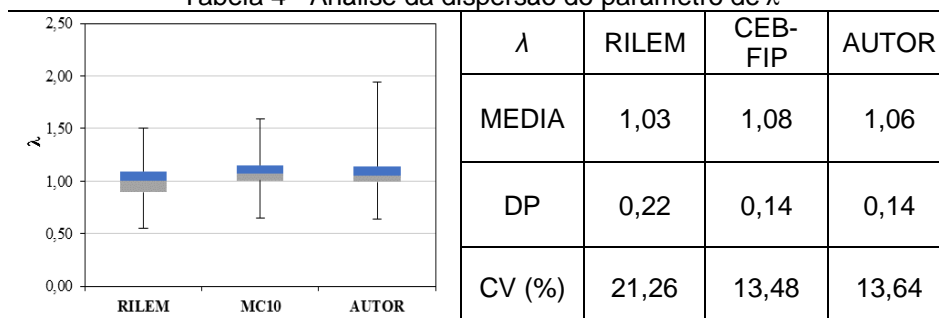
Tabela 3 – Critério de penalidade para cada modelo de cálculo pelo DPC

	λ	RILEM	CEB-FIP	AUTOR
	$< 0,5$	0	0	0
	$[0,5;0,85[$	20	5	7
	$[0,85;1,15[$	73	80	81
	$[1,15;2,00[$	21	29	26
	$\geq 2,0$	0	0	0
	Penalidade	121	54	61
	Média	1,1	0,5	0,5

A seguir, aprofunda-se a explanação, analisando as estimativas a partir do gráfico de “*box-and-whiskers*”. A dispersão avaliada a partir desse gráfico da Tabela 4, exhibe os valores máximo e mínimo de λ , o primeiro quartil (Q1), que corresponde ao limite inferior, o segundo quartil (Q2), que corresponde à mediana, e o terceiro quartil (Q3), que corresponde ao limite superior. Adverte-se que nessa representação gráfica, não foram considerados os valores atípicos (*outliers*). Para complementar, são apresentados os valores estatísticos como a média aritmética (MEDIA), desvio padrão (DP) e coeficiente de variação (CV %) de λ para os três modelos (ver Tabela 4).



Tabela 4 - Análise da dispersão do parâmetro de λ



Através da Figura 9, é possível observar de uma maneira geral que os resultados se assemelham quanto à dispersão, com valores de R^2 próximos do ideal de 1,0. A tendência dos três gráficos, respectivamente do RILEM 162-TDF (2003), CEB-FIP (2010) e NING *et al.* (2015), mostraram-se resultados favoráveis à segurança em relação ao $M_{R,exp}$. A Figura 10 relaciona os resultados destes três modelos de cálculo entre si. Nesta Figura a) e b) relaciona o modelo do autor com as propostas da RILEM e da CEB-FIP, respectivamente, e mostra como os resultados do autor ficam próximos dos valores das normas. Correlacionados entre si, os modelos de cálculo das duas normas apresentam valores levemente superior de M_R para a proposta do RILEM, embora, conforme mostra o gráfico da análise pelo DPC (ver Tabela 3), este modelo foi o que apresentou menor vantagem quanto aos parâmetros de segurança e precisão dos resultados, enquanto que o modelo do autor e do CEB-FIP mostraram pontuações bem próximas entre si e com diferenças de até 100% com a da RILEM.

Apesar de apresentar pontuações bem diferentes, todos os modelos apresentam uma tendência à segurança, como reforça o gráfico de “box-and-whiskers” mostrado na Tabela 4, onde todos os três modelos, pelo menos 50% da amostra concentra-se em um valor de $\lambda \approx 1,0$. Observou-se também que os resultados do autor foram os que apresentaram maior dispersão entre valor mínimo e máximo obtido. Os dados apresentados na Tabela 4 mostraram que todos os modelos de cálculo apresentam uma média aritmética de resultados dentro do parâmetro considerado por MORAES NETO (2013) *apud* COLLINS (2001) como seguros, precisos e econômicos, de $0,85 \leq \lambda \leq 1,15$, e que os resultados do modelo do RILEM apresentaram maior variabilidade do que o modelo proposto pelo autor e do CEB-FIP, conforme apontam o desvio padrão e coeficiente de variação.

4 Conclusões

O presente trabalho apresentou e avaliou o desempenho da estimativa da carga crítica de ruína de vigas (CRFA). Foram calculadas as resistências à flexão de 124 vigas segundo o método proposto pelo autor NING *et al.* (2015), afim de se obter um referencial comparativo, calculou-se as mesmas resistências segundo as normas RILEM 162 TDF (2003) e CEB-FIP (2010). Os resultados dos métodos foram comparados aos dados experimentais objetivando-se determinar a representatividade dos modelos. Todos os modelos apresentaram grande representatividade uma vez que os coeficientes de determinação R^2 ficaram acima de 0,96.



Em seguida, a análise foi fundamentada no parâmetro $\lambda = M_{R,exp} / M_{R,teo}$, que representa a razão entre o momento resistente obtido experimentalmente (BD) e o momento resistente obtida teoricamente. O parâmetro λ foi analisado em função da precisão, da dispersão e da segurança dos resultados. Além disso, λ também foi classificado segundo uma adaptação do DPC (*Demerit Points Classification*), cuja proposta original foi estabelecida por COLLINS (2001).

No quesito precisão os resultados do autor foram satisfatórios uma vez que o coeficiente de variação foi de 13,64%, próximo ao do CEB-FIB de 13,48% e menor que o do RILEM de 21,26%. Em termos de acurácia os resultados também foram satisfatórios, conforme pode-se verificar no gráfico de dispersão “*box-whiskers*” na Tabela 4. Entretanto, o modelo do autor foi o que apresentou maior dispersão variando de 0,6 a 1,9, este fato quando considerado conjuntamente com a precisão adequada do modelo leva a conclusão que o autor ao simplificar excessivamente suas equações tornou o modelo incapaz de prever pequenas variações nas propriedades das vigas, enquanto que as variações para o RILEM e CEB-FIB foram de 0,55 a 1,5 e 0,6 a 1,6, portanto intervalos menores. Quanto a segurança do modelo na avaliação DPC as estimativas do autor e do CEB-FIB apresentaram resultados muito próximos, respectivamente 81 e 80 (de um total de 114) vigas dentro da faixa ideal (entre 0,85 e 1,15) e pontuações de 61 e 54, portanto resultados satisfatórios. Apesar de uma pontuação maior o método do RILEM não foi inseguro.

5 Referências

AMERICAN CONCRETE INSTITUTE. **ACI 544.1R-96**: State-of-the-art report on fiber reinforced concrete. Michigan (EUA): ACI Committee 544, 1996.

_____. **ACI 544.4R-88**:. Design Considerations for Steel Fiber Reinforced Concrete. Michigan (EUA): ACI Committee 544, 1988. Reapproved 1999.

ALTUN, F.; HAKTANIR, T.; ARI, K. Effects of steel fiber addition on mechanical properties of concrete and RC beams. **Construction and Building Materials**, v. 21, n. 3, p. 654–661, 2007.

AMMAR ABID, K.B.F. **Design of fibre reinforced concrete beams and slabs**. 112 f. (Master Thesis), Department of Civil and Environmental Engineering, Division of Structural Engineering, Chalmers University of Technology, Göteborg, Sweden, 2011.

ASHOUR, S. A.; MAHMOOD, K.; WAFA, F. F. Influence of steel fibers and compression reinforcement on deflection of high-strength concrete beams. **ACI Structural Journal**, v. 94, n. 6, p. 611–624, 1997.

ASHOUR, S. A.; WAFA, F. F.; KAMAL, M. I. Effect of the concrete compressive strength and tensile reinforcement ratio on the flexural behavior of fibrous concrete beams. **Engineering Structures**, v. 22, n. 9, p. 1145–1158, sept. 2000.

BARBOS, G. A. A spectra of flexural behavior of high strength. **Urbanism Arhitectura Constructii**, v. 4, n. 2, p. 53–58, 2013.



Anais do
61º Congresso Brasileiro do Concreto
CBC2019
Outubro / 2019



@ 2019 - IBRACON - ISSN 2175-8182

BARRAGAN, B. E. **Failure and toughness of steel fibre reinforced concrete under tension and shear**. (Doctoral Thesis), Universitat Politècnica de Catalunya, Escola Tècnica Superior d'Enginyers de Camins, Canals i Ports de Barcelona, March, 2002.

BARROS, J. A. O. **Comportamento de betão reforçado com fibras** – Análise experimental e simulação numérica. (Dissertação de Doutoramento), Universidade do Porto, Faculdade de Engenharia, Portugal, 1995.

BESHARA, F. B. A.; SHAABAN, I. G.; MUSTAFA, T. S. Nominal Flexural Strength of High Strength Fiber Reinforced Concrete Beams. **Arabian Journal for Science and Engineering**, v. 37, n. 2, p. 291–301, 2012.

CEB-FIP. **Model Code 2010**: Final Draft. Model Code prepared by Special Activity Group 5. Lausanne, sept. 2011.

CHUNXIANG, Q.; PATNAIKUNI, I. Properties of high-strength steel fiber-reinforced concrete beams in bending. **Cement and Concrete Composites**, v. 21, n. 1, p. 73–81, 1999.

COLLINS, M. P. **Evaluation of shear design procedures for concrete structures**. A Report prepared for the CSA technical committee on reinforced concrete design, 2001.

FIGUEIREDO, A. D. **Concreto com fibras de aço**. Boletim Técnico – Série BT/PCC/260, Escola Politécnica de São Paulo, São Paulo, 2000.

FIGUEIREDO, A. D. Concreto com fibras. In: _____. **Concreto: ensino, pesquisa e realidade**. São Paulo: Instituto Brasileiro do Concreto, 2005. Cap. 39, p 1195- 1225.

FIGUEIREDO, A. D. Concreto Reforçado com Fibras. 248 f. Tese (Livre Docência) Escola Politécnica de São Paulo, Departamento de Engenharia de Construção Civil, São Paulo, 2011.

FRITIH, Y. *et al.* Flexural and shear behavior of steel fiber reinforced SCC beams. **KSCE Journal of Civil Engineering**, v. 17, n. 6, p. 1383–1393, 2013.

GRIBNIAK, V. *et al.* Deriving stress-strain relationships for steel fibre concrete in tension from tests of beams with ordinary reinforcement. **Engineering Structures**, v. 42, p. 387–395, 2012.

HENAGER, C. H.; DOHERTY, T. J. Analysis of reinforced Fibrous Concrete Beams. **Proceeding, ASCE**, v. 102, n. 1, p. 177–188, 1976.

RILEM TC 162-TDF. Test and design methods for steel fibre reinforced concrete: σ - ϵ Design method, Final Recommendation. **Materials and Structures**, v.36, 560-567, oct. 2003.

KANG, T. H. K. *et al.* Shear-flexure coupling behavior of steel fiber-reinforced concrete beams. **ACI Structural Journal**, v. 109, n. 4, p. 435–444, 2012.

KHALIL, W. I.; TAYFUR, Y. R. Flexural strength of fibrous ultra-high performance reinforced concrete beams. **ARPN Journal of Engineering and Applied Sciences**, v. 8, n. 3, p. 200–214, 2013.



Anais do
61º Congresso Brasileiro do Concreto
CBC2019
Outubro / 2019



@ 2019 - IBRACON - ISSN 2175-8182

KOVÁCS, I.; BALÁZS, G. L. Structural behaviour of steel fibre reinforced concrete. **Structural Concrete**, v. 4, n. 2, p. 57–63, 2003.

KUMAR, S.; PRASAD, M. M. Flexural behaviour of short steel fiber reinforced concrete beams. In: RILEM International Symposium on Fibre Reinforced Concrete: Design and Applications, 7. **Proceedings ...** [S. l.]: Befib, 2008. p. 209–217, 2008.

LIMA, R. P. A. F. P. **Utilização de fibras metálicas com funções estruturais em estruturas de betão**. [S. l.]: Universidade do Porto, 2012.

LOPES, M. M. **Substituição parcial de armaduras de flexão por fibras de aço em vigas de concreto**. Dissertação (Mestrado), Universidade Federal Do Rio De Janeiro, 2005.

MORAES NETO, B. N. de. **Comportamento à punção de lajes lisas em concreto reforçado com fibras de aço sob carregamento simétrico**. Tese (Doutorado em Estruturas e Construção Civil), Departamento de Engenharia Civil e Ambiental, Universidade de Brasília, Brasília, 2013.

MORAES NETO, B. N.; BARROS, J. A. O.; MELO, G. S. S. A. A model for the prediction of the punching resistance of steel fibre reinforced concrete slabs centrally loaded. **Construction and Building Materials**, v.46, p. 211-223, sept. 2013.

NAAMAN, A. E. Engineered steel fibers with optimal properties for reinforcement of cement composites. **Journal of Advanced Concrete Technology**, v. 1, n. 3, p. 1-12, oct. 2003.

NING, X. *et al.* Experimental study and prediction model for flexural behavior of reinforced SCC beam containing steel fibers. **Construction and Building Materials**, v. 93, p. 644–653, 2015.

OH, B. H. Flexural Analysis of Reinforced Concrete Beams Containing Steel Fibers. **Journal of Structural Engineering**, v. 118, n. 10, p. 2821–2835, out. 1992.

REDDY, K. R. K.; REDDY, K. C. Flexural Behavior of Steel Fibre Reinforced High Strength Concrete Beams. **International Journal of Science and Research (IJSR)**, v. 4, n. 5, p. 169–172, 2015.

RILEM TC 162-TDF. Test and design methods for steel fibre reinforced concrete: Bending test, Final Recommendation. **Materials and Structures**, v.35, 579-582, nov. 2002.

RODRIGUES JÚNIOR, A. **Comportamento de vigas de concreto com fibras e baixas taxas de armadura longitudinal**. [S. l.]: UFRJ/COPPE, 2009.

STROEVEN, P.; HU, J. Effectiveness near boundaries of fibre reinforcement in concrete. **Materials and structures**, v. 39, n. 10, p. 1001–1003, 2006.

SWAMY, R. N.; AL-TA'AN, S. A. Deformation and Ultimate Strength in Flexure of Reinforced Concrete Beams Made With Steel Fiber Concrete. **Journal of the American Concrete Institute**, v. 78, n. 5, p. 395–405, 1981.

VENKATESAN, K. R.; RAGHUNATH, P. N.; SUGUNA, K. Flexural Behavior of High Strength Steel Fibre Reinforced Concrete Beams. **International Journal of Engineering Science and Innovative Technology (IJESIT)**, v. 4, n. 140, p. 135–140, jan. 2015.