



ÁLGEBRA LINEAR APLICADA AOS MODELOS ECONÔMICOS DE LEONTIEF

Andrey Camurça Da Silva¹, Juliane Conceição De Meireles² e Denivaldo Lima Da Silva³

A álgebra linear possui vasta utilidade na descrição de fenômenos presentes na natureza e na sociedade. Em se tratando de grandes áreas, a economia é um dos campos que se utiliza de ferramentas matemáticas consolidadas neste campo, as quais permitem determinar, por exemplo, parâmetros de preços, demanda e produção, em um setor de n indústrias. Neste contexto, dois modelos econômicos baseados nas ideias do economista russo Wassily Leontief, prêmio Nobel de Economia de 1973, podem ser delineados pela teoria das matrizes, que é um importante tópico de álgebra. O objetivo do presente trabalho foi descrever o modelo econômico aberto e fechado de Leontief, a partir de elementos de álgebra linear. No modelo fechado ou de input-output, o sistema econômico consiste de um número n de indústrias, onde cada uma produz um produto ou serviço, que é completamente utilizado de uma maneira predeterminada, ou seja, nenhuma produção entra ou sai do sistema. O modelo permite determinar um vetor preço que garanta que o total gasto iguale ao total recebido por cada indústria. A equação matricial utilizada nesse modelo mostra que cada linha descreve a proporção da produção que tal setor da economia consome e cada coluna representa o quanto de sua produção é direcionada a cada um dos setores. Matematicamente, tem-se: $AX = X$ ou $(A - I)X = 0$ (1), onde A é uma matriz quadrada e X o vetor de preço a determinar. Para que o sistema não tenha uma solução trivial, então $\det(A - I) \neq 0$. Quanto ao modelo aberto de produção de Leontief, os preços dos produtos ou serviços das n indústrias são fixados e o problema é determinar os níveis de produção para atender uma demanda interna e externa. Considerando um período fixado de tempo, pode-se escrever $AX = Y$ = valor monetário da produção total da i -ésima indústria, $AX = Y$ = valor monetário da produção necessária para satisfazer a demanda externa e $AX = Y$ = valor monetário da produção da i -ésima indústria que é necessária para a j -ésima indústria produzir uma unidade do valor monetário de seu próprio produto. Assim, o total produzido menos o valor da produção é denominada de produção excedente, que por sua vez, serve para atender uma demanda externa. Traduzindo para uma equação matricial, tem-se: $AX = Y$, também escrita na forma $(A - I)X = -Y$ (2). Se $(A - I)$ é invertível, então a equação 2 pode ser expressa da seguinte maneira: $X = (A - I)^{-1}(-Y)$ $\neq 0$. De modo geral, diz-se que uma matriz de consumo A é produtiva, se existe $(A - I)^{-1} \geq 0$ e $(A - I)^{-1} \neq 0$. Portanto, verificou-se que o modelo aberto de Leontief permite estabelecer parâmetros de produção a partir de demandas e uma matriz de consumo estabelecida. Diferentemente deste, o modelo fechado é útil para determinar preços de modo que o sistema econômico fique em equilíbrio.

Palavras-Chave: Leontief; Modelos econômicos; Álgebra linear.

¹Acadêmico da Universidade Federal do Oeste do Pará. Programa de Ciências Exatas. Lic. Integrada Matemática e Física. E-mail: andreycamurca@hotmail.com.

²Acadêmica da Universidade Federal do Oeste do Pará. Programa de Ciências Exatas. Lic. Integrada Matemática e Física. E-mail: juliane.conceicao.meireles@gmail.com.

³Acadêmico da Universidade Luterana do Brasil. Bacharelado em Administração. E-mail: denivaldolima33@hotmail.com Pesquisa desenvolvida no Laboratório de Aprendizagem Matemática – LAM. Programa de Ciências Exatas. ICED. UFOPA